

## ПРОКЛ И ЕГО КОММЕНТАРИЙ К ПЕРВОЙ КНИГЕ «НАЧАЛ» ЕВКЛИДА

### Жизнь Прокла

Прокл родился в 412 г. в Константинополе. Родители Прокла были родом из Ликии в Малой Азии. Его детство прошло в небольшом ликийском городе Ксанфе. Юношей он отправился в Александрию, где изучал грамматику, риторику и право. Его учитель, софист Леонат, взял его собой в Константинополь; в этой поездке Прокл впервые обратился к философии. По возвращении в Александрию Прокл изучал философию у Олимпиодора и математику у Герона, выказав замечательные способности понимания и памяти. Когда его возраст приблизился к двадцати годам, уровень александрийской школы перестал его удовлетворять, и, он решил продолжить своё образование в Афинах.

Платоновскую Академию в это время возглавлял Плутарх Афинский, бывший тогда уже глубоким старцем. Сочинения Плутарха до наших дней не дошли, но в то время его слава была очень велика; его даже называли Плутархом Великим, чтобы отличить от Плутарха Херонейского, ныне гораздо более нам известного. Прибыв в Афины, Прокл сразу же направился к ученику Плутарха Сириану, который и представил талантливого новичка главе школы. Марин сообщает, что в качестве введения в философию Плутарх читал с Проклом трактат Аристотеля *О душе* и диалог Платона *Федон*, побуждая Прокла делать записи об этих предметах. Под руководством Плутарха Прокл за последующие два года изучил всего Аристотеля – логику, этику, политику, физику, метафизику. Эти сочинения считались в Академии «малыми таинствами», после которых можно было приступить к «истинным таинствам» учения Платона – прежде всего, к *Тимею*.

Через два года Плутарх умер, и его преемником по Академии стал Сириан. При Сириане Прокл продолжал заниматься изучением Платона. Сириан также приобщил Прокла к изучению орфических сочинений и халдейских оракулов. Когда скончался Сириан, Прокл сам возглавил Академию. Вся дальнейшая жизнь Прокла – это жизнь академического философа, возглавлявшего самую знаменитую школу античной Греции с более чем восьмивековой традицией. Дни его были заполнены чтением учёных трудов, лекциями и беседами с учениками, составлением собственных сочинений. Об исключительной работоспособности Прокла Марин пишет так: «В беспримерном своем трудолюбии он устраивал в день по пяти разборов, а порой и больше, и писал не меньше, чем по семисот строк. Посещал он и других философов, ведя с ними по вечерам неписанные беседы, но и при этом не забывал ни на миг о ночных обрядах и бдениях, не забывал и преклониться перед солнцем на восходе, на полудне и на закате». Прокл руководил Академией до самой своей смерти, наступившей в 485 году.

Марин в похвальном слове говорит, что Прокл обладал отменным здоровьем, был красив лицом, силен и хорошо сложен. Из личных качеств Прокла он отмечает его исключительную благожелательность, общительность и доброту, справедливость, умеренность и мужество. Всецело посвятив себя философии и не заведя семьи, Прокл принимал участие в делах своих друзей и их близких. Он не был чужд общественных добродетелей, участвовал в городских собраниях, жертвовал немалые деньги на общественные нужды.

Как и все неоплатоники, Прокл был благочестивым последователем традиционных греческих культов, соединявшихся с чужеземными верованиями, прежде всего египетскими и халдейскими, также весьма почитаемыми. Он неукоснительно соблюдал всевозможные очищения, воздерживаясь от животной пищи, предаваясь молитвам, постясь, отмечая праздники, сочиняя гимны в честь богов – как отеческих, так и чужеземных. Прокл не только учил о божественном, но и участвовал в разных священнодействиях, занимался гаданием и магией. Марин сообщает о Прокле много чудесного. А сам Прокл, по свидетельству Марина, говорил, что «философ должен быть не только священнослужителем одного города, но и иереем целого мира».

Время жизни Прокла – это закат древнегреческой цивилизации. Языческие культы ещё отправлялись в частном порядке, но христиане, ставшие активными участниками политической жизни, всё больше настаивали на их полном запрете. Как раз в это время из Парфенона была изъята знаменитая статуя Афины работы Фидия, что в окружении Прокла было воспринято как явное кощунство. В религиозной полемике Прокл отнюдь не был пассивной стороной – как сообщает Суда, он написал *Возражения против христиан* в 18 книгах. Одно время нападки на Прокла сделались настолько сильными, что ему пришлось уехать на целый год из Афин в Лидию.

Платоновская Академия при Прокле пережила свой последний расцвет. Марин рассказывает, что когда Прокл мальчиком прибыл в Афины, вечером того же дня он решил подняться на Акрополь. Сторож, уже собиравшийся запирать ворота, сказал ему так: «Кабы не ты, я запер бы ворота». При Прокле ворота античной философской учёности всё ещё оставались открытыми. Когда он умер, до конца платоновской Академии, закрытой указом Юстиниана в 529 г., осталось менее полувека.

### Сочинения Прокла и краткий обзор его философии

Основные философские сочинения Прокла посвящены рассмотрению высших начал всего сущего и утверждению платонизма в качестве богословского учения. В трактате *Начала теологии* Прокл излагает свой вариант учения о сверхчувственных началах. Этот трактат состоит из 211 параграфов, в каждом из которых сначала формулируется, а потом доказывается некоторое утверждение. *Платоновская теология* – это капитальное сочинение, в котором Прокл выстраивает учение о высших началах и богах, приводя при этом множество цитат из Платона, призванных подтвердить, что такая система имела уже у самого Платона, и что все сочинения Платона представляют собой единый священный текст.

Из многочисленных комментариев Прокла на диалоги Платона до нас дошли пять: на *Тимея* (Марин пишет, что Прокл ценил его более всех других), *Парменида*, *Государство*, *Алкивиада I* и отчасти на *Кратила*. Сохранилась также часть комментария Прокла на *Эннеады*

Плотина. Все комментарии на Аристотеля утеряны, однако известно, что Прокл толковал *Категории*, *Об истолковании*, *Первую и Вторую аналитики*.

В латинском переводе Вильгельма из Мербеке сохранились три небольших философских трактата Прокла – *О десяти сомнениях касательно промысла*, *О промысле, судьбе и о том, что в нас*, *Об ипостасях зла*.

В основе философии Прокла лежит круг воззрений, отчасти общий для всего неоплатонизма, начиная с Плотина, Ямвлиха и Порфирия, отчасти развитый самим Проклом. Выше всего сущего находится первое начало, которое превосходит всякое понятие и определение. Такое первое начало нельзя назвать сущим, поэтому оно – сверхсущее; его нельзя назвать мыслимым, поэтому оно – сверхмыслимое; и к нему приложимы также все прочие апофатические определения. Далее, всё сущее рассматривается в трёх последовательных фазах своего существования: пребывающим в единстве, выступающим из него в силу своего различия с ним и возвращающимся к нему в силу своего с ним сходства. Непосредственно ниже первого начала находятся три ипостаси, о которых учил Плотин: единое, ум и душа. Единое, чтобы ему быть связанным с умом, само выводит из себя некоторую перечислимую и структурированную совокупность превышающих всякое бытие единичностей, о которых Прокл говорит также как о богах. Ум и душа в этой системе вновь членятся триадически. Пребывающий в себе ум есть изначальное бытие, выходящий из себя – мышление, возвращающийся к себе – вечная жизнь. Души делятся на божественные, дαιμονические и человеческие. Каждый член такой триады, в свою очередь, вновь претерпевает тройственное расщепление. При этом отдельные члены триад связываются с различными традиционными богами, так что в итоге Прокл обрисовывает иерархически сложную картину мира. Догматический характер изложения делает философские труды Прокла, особенно если сравнивать их с сочинениями Платона и Аристотеля, читаемыми только очень узким кругом специалистов. Однако при этом язык Прокла – очень чёткий, формулировки – продуманные и чеканные; и весь стиль его богословских сочинений производит впечатление основательности и самодостаточности.

Перейдём теперь к другим сочинениям Прокла, по которым мы можем в какой-то мере судить о том, каков был круг знаний, передававшихся в платоновской Академии в эпоху поздней античности. В небольшом трактате *Начала физики* в виде цепочки определений и теорем излагается физическая система Аристотеля. К астрономическим сочинениям относятся короткий трактат элементарного содержания под названием *Сфера*, краткий *Обзор астрономических предположений*, *Пересказ астрологического Четырёхкнижия Птолемея* и книга *О затмениях*, сохранившаяся только в латинском переводе. Из математических сочинений Прокла целиком сохранился *Комментарий к I книге Начал Евклида*. Проклом было составлено также отдельное сочинение о параллельных прямых. До наших дней оно не дошло, но его общие идеи могут быть установлены по соответствующим пассажам из комментария к Евклиду (191.23–193.7; 365.7–373.2).

Из религиозных и магических сочинений Прокла до нас дошли *Эклоги из халдейской философии* (извлечение из большого трактата в 10 кн.) и книга *О иератическом искусстве эллинов*. От Прокла сохранилось также семь гимнов к богам: к Гелиосу, к Афродите, к Музам, ко всем богам, к Ликийской Афродите, к Гекате и Янусу, к премудрой Афине. Эти гимны, написанные гомеровским гекзаметром, обращают на себя внимание орфическим содержанием, которое воплощается в обращённых к богам призывах дать нам избежать «чёрного зла рождений». Приведём здесь целиком прекрасный гимн Прокла, обращённый к Музам:

Свет воспеваем, подъемлющий смертных горé, воспеваем  
 Девять дочерей великого Зевса прекрасноголосых!  
 Души людей, кои жизнь, полонивши, ввергает в глубины,  
 Могут они избавлять от скорбей, землеродным присущих,  
 Силою чистого таинства ум пробуждающей книги  
 Учат нас, как поскорей пролететь чрез глубокую Лету,  
 След обрета, что к звезде соимённой ведёт – ведь когда-то  
 Там они сбились с пути и упали на берег рождений  
 В жажде безумной испробовать жребий вещественной жизни.

Ныне, богини, молю – уймите порыв мой тревожный!  
Полными смысла рассказами мудрых меня опьяните!  
Да не сбивает с пути меня род человеков безбожный,  
С дивной, священной стези, сияющей, полной плодами!  
Музы, молю – из толпы многогрешного рода людского  
Вечно влеките к священному свету скиталицу душу!  
Пусть тяжелит её мед ваших сот, укрепляющий разум,  
Душу, чья слава в одном – в чарующем уме благоречье.

(Перевод О.В. Смьки)

Из известных нам сочинений Прокла не сохранились *Возражения против христиан* в 18 кн., комментарии к Гомеру и к *Трудам и дням Гесиода*, а также трактаты *О хрестоматии* в 2 кн., *О воспитании* в 2 кн., *О богах у Гомера*, *На богословие Орфея*, *Согласие Орфея*, *Пифагора и Платона с оракулами* в 10 кн., *О Великой Матери*.

### Евклид и его «Начала»

Биографические данные о Евклиде крайне скудны. Прокл в своём комментарии (68.20) пишет, что Евклид был старше учеников Платона, но моложе Архимеда и Эратосфена. Евклид жил и работал в Александрии во времена Птолемея I, правившего Египтом с 306 по 283 г. до н. э.

Прокл рассказывает анекдотическую историю о том, как Птолемей спросил Евклида, нет ли в геометрии пути более краткого, чем изучение *Начал*, на что тот ответил: «В геометрии нет царского пути». Впрочем, эта же история рассказывается и о Менехме и Александре Македонском. Стобей передаёт ещё один анекдот о Евклиде. Приступив к изучению геометрии и разобрав первую теорему, один юноша спросил у Евклида: «А какая мне будет выгода от этой науки?» Евклид подозвал раба и сказал: «Дай ему три обола, раз он хочет извлекать выгоду из учёбы». Этот анекдот также является традиционным, поскольку он восходит к древнему пифагорейскому изречению «Шаг и фигура, а не шаг и три обола».

Основное сочинение Евклида носит название *Στοιχεῖα* – *Начала*. Эта книга по праву считается самым известным учебником всех времён и народов: в течение более чем двух тысячелетий она составляла основу стандартного школьного курса геометрии. Слава Евклида как автора *Начал* в античности была столь велика, что в книгах его зачастую называли не по имени, а по прозвищу *στοιχειωτής* – «автор *Начал*».

В своём исходном значении слово *στοιχεῖα* означает «звуки речи». Платон говорит в *Тимее* о четырёх стихиях подлунного мира, представляя их в виде правильных многогранников. На латынь *στοιχεῖα* переводится как *elementa*; существует предположение, что это слово представляет собой ещё одно название алфавита, по буквам *lmpn*. И как грамотность начинается со знания звуков и букв, так и знание геометрии начинается с некоторых элементарных фактов, и из которых, как из кирпичиков, слагаются любые теории, сколь бы сложны они ни были.

Книги с названием *στοιχεῖα*, в которых последовательно излагались основные факты геометрии, составлялись и до Евклида – Гипократом из Хиоса, Леонтом, а также Февдием из Магнезии. Однако *Начала* Евклида вытеснили все эти сочинения из обихода. Создавая свой труд, Евклид включил в него многое из того, что было создано его предшественниками, обработав этот материал и сведя его воедино. Прокл говорит, что Евклид «собрал многое за Евдоксом, усовершенствовал многое за Теэтетом, а помимо этого привёл к неопровержимости те доказательства, которые раньше доказывалось менее строго» (68.7). В последующей традиции *Начала* Евклида представляют общую основу для доказательств геометрических теорем, содержащихся в трактатах Архимеда, Аполлония и других авторов; все доказанные в *Началах* предложения в этих сочинениях считаются общеизвестными.

*Начала* в их нынешнем виде состоят из пятнадцати книг, из которых Евклидом были составлены первые тринадцать.

Первая и некоторые другие книги *Начал* предваряются списком определений тех сущностей, которые вводятся здесь в рассмотрение. Первой книге предпослан также список геометрических постулатов и общих аксиом. Как правило, постулаты задают базовые построения

элементарной геометрии («требуется, чтобы через любые две точки можно было провести прямую»), а аксиомы – общие правила вывода при оперировании с величинами («если две величины равны третьей, они равны между собой»).

В I книге *Начал* изучаются свойства треугольников и параллелограммов, касающихся их равенства и неравенства; венчает эту книгу теорема Пифагора. Книга II, восходящая к пифагорейцам, посвящена так называемой «геометрической алгебре». В III и IV книгах излагается геометрия окружностей, а также вписанных и описанных многоугольников. В V книге вводится общая теория пропорций Евдокса Книдского, а в VI книге эта теория прилагается к изучению подобных фигур. VII–IX книги посвящены теории чисел; весь этот материал восходит к пифагорейцам, а автором VIII книги, возможно, был Архит Тарентский. Здесь рассматриваются теоремы о делимости, о пропорциях и геометрических прогрессиях, вводится метод для нахождения наибольшего общего делителя двух чисел, доказывается бесконечность множества простых чисел, описывается метод построения совершенных чисел. В X книге *Начал*, самой объёмной и сложной, строится классификация иррациональностей; её авторство приписывается Теэтету Афинскому. XI книга содержит основы стереометрии. В XII книге с помощью метода исчерпывания доказываются теоремы об объёмах пирамиды и конуса; автором этой книги является Евдокс Книдский. Наконец, XIII книга посвящена методам построения пяти правильных многогранников; считается, что часть этих построений была разработана Теэтетом.

Впоследствии к этим тринадцати книгам были прибавлены ещё две. XIV книга, посвящённая сравнению икосаэдра и додекаэдра, принадлежит александрийцу Гипсиклу (ок. 200 г. до н. э.). XV книга, также содержащая ряд стереометрических теорем, создана во время жизни Исидора Милетского (начало VI в. н. э.).

*Начала* Евклида соответствуют общепринятому канону математического трактата и в значительной степени определяют его для последующих эпох. Здесь нет никаких предисловий, никаких примечаний и разъяснений – всё это остаётся за пределами книги, как не относящееся собственно к математике.



Систематическое изучение геометрии по книгам *Начал* требовало некоторого учебного комментария, устного или письменного. Такой комментарий мог касаться как общих целей геометрии и принципов её устройства, так и отдельных книг и предложений. Мы знаем, что комментарии к *Началам* в античности составляли такие авторы, как Герон, Порфирий, Папп, Прокл, Симпликий. Из этих комментариев до нас дошёл только комментарий Прокла к I книге; в арабском переводе сохранился также комментарий Паппа к X книге.

*Начала* Евклида не только комментировались, но и подвергались редактированию. Общую редакцию *Начал* выполнил в середине IV в. н. э. Теон Александрийский. Именно с этой версии Теона сделано большинство последующих переводов.

В поздней античности существовал латинский перевод *Начал*, если не всего текста, то по крайней мере некоторых книг, но он был впоследствии утрачен. На арабский язык *Начала* были переведены в VIII в. В последующие столетия было выполнено ещё два арабских перевода *Начал* и создано множество комментариев к ним. Первые средневековые латинские переводы *Начал* были сделаны с арабских версий Аделардом из Бата (XII в.), Герардо из Кремоны (XII в.) и Джованни Кампано (XIII в.). Перевод *Начал* на латынь непосредственно с греческого языка был выполнен Бартоломео Дзамберти в конце XV в. и опубликован в Венеции в 1505 г. Ещё один перевод *Начал* на латынь, опиравшийся на две поздние рукописи, был сделан Симоном Гринеусом в 1533 г. Впоследствии были обнаружены рукописи лучшего качества, нежели те, которыми пользовался Гринеус; в частности, Ватиканский кодекс 190 содержал текст *Начал*, не редактированный Теоном. На основе этих рукописей в 1888 г. было выполнено классическое издание Гейберга.

Из других сочинений Евклида сохранилась *Оптика*, в которой рассматривается прямолинейное распространение света и различные оптические эффекты, *Явления*, посвящённые астрономии и сферической геометрии, *Данные*, в которых исследуется общий вопрос о том, что требуется, чтобы задать ту или иную фигуру. Только в арабском переводе сохранилась книга *О делении фигур*. Дошедшая до нас под именем Евклида *Катоптрика*, в которой рассматриваются зеркаль-

ные отражения, представляет собой более позднюю компиляцию, составленную, по всей видимости, Теоном Александрийским. Большая часть предложений приписываемого Евклиду трактата *Деление канона*, посвящённого пифагорейской теории музыки, вероятнее всего была написана Архитом Тарентским. По кратким описаниям или упоминаниям известны *Коники*, *Поверхностные места*, *Начала гармоники*, *Поризмы* – книга об условиях, определяющих кривые, *Псевдария* – книга об ошибках в геометрических доказательствах.

Математические науки как часть свободного образования

Предание приписывает создание образовательной системы, включающей в себя изучение математических наук, самому Пифагору. Прокл во *Введении* пишет, что «Пифагор преобразовал любовь к геометрической мудрости в форму свободного образования, рассмотрев её начала сверху и исследуя теоремы отвлечённо от материи и умозрительно» (65.16). Как происходило становление этой образовательной традиции, мы не знаем. Но во всяком случае, к концу V в. до н. э. она была уже вполне сложившейся. Платон в своих диалогах выводит двух принадлежащих к ней учителей, Гиппия Элидского и Феодора Киренского, наставляющих своих учеников в четырёх математических науках: арифметике, геометрии, астрономии, гармонике (*Гиппий меньший* 366c, *Протагор* 318d, *Теэтет* 145ad).

О том, какую роль играли математические науки в античной системе общего образования, мы можем узнать из диалогов Платона. Согласно Платону, предназначение настоящего образования состоит в воспитании свободного гражданина греческого полиса. Такой человек совершает свои действия не по внешнему принуждению и не по собственной прихоти, – но из сознания их внутренней необходимости. И математика с непоколебимостью её начал и непреложностью доказательств даёт формирующейся душе ясный образец такой необходимости.

В представлении пифагорейцев и Платона математические науки сами по себе обладают определённым нравственным характером. Основу математики составляет знание единого во многом, и это единое становится образом и мерой для всего остального. Таковы прямая линия среди кривых линий, прямой угол среди тупых и острых углов,

квадрат среди прямоугольников. Каждая из этих фигур внутри своего рода характеризуется определённой, тождественностью, равенством себе самой. Квадрат – один, а прямоугольников – неограниченное множество. Но точно также и в человеческой жизни добродетель одна, а уклонений от неё – много. Потому пифагорейцы и называли нравственного человека «квадратным». Ведь он руководствуется в своей жизни верным знанием единого блага среди безграничного моря желаний и страстей.

Платон неоднократно говорит о том, что изучение математических наук ведёт и направляет душу к созерцанию высшего бытия. Этому же взгляда на математику придерживались и многочисленные его последователи. Приведём здесь слова Никомаха Гераского из *Введения в арифметику*, в которых хорошо передано платоновское отношение к математике: «Ведь ясно, что эти науки суть лестницы и мосты, которые переносят наши умы от воспринимаемого чувством и мнением к постижимому мыслью и знанием; и от знакомых и привычных нам с детства материальных и телесных вещей – к непривычным и чуждым нашим чувствам, однако их нематериальность и вечность родственны нашим душам и, что ещё важнее, заключённому в них разуму» (I 3.6).

В *Послезаконии* о роли математических наук в образовании свободного человека сказано так: «Есть только этот способ, только такое воспитание, только эти науки; и, будь они легки или трудны, их надо освоить» (992a). О пользе этих наук Платон пишет в *Государстве*: «Ты, видно, боишься, как бы не показалось, будто ты предписываешь бесполезные науки. Между тем вот что важно, хотя поверить этому и трудно: в этих науках очищается и вновь оживает некое орудие души каждого человека, которое другие занятия губят и делают слепым, а между тем сохранить его в целости более важно, нежели иметь тысячу глаз, ведь только с его помощью можно увидеть истину» (527d).

В платоновской Академии возник настоящий культ занятий математическими науками. Для некоторых последователей Платона математика стала особым полем самостоятельных исследований, на освоение которого они направили все свои силы; и в то же время общий обзор математических наук рассматривался в качестве наилучшей

философской пропедевтики. Об этом говорит и легендарная надпись «не войдёт сюда не знающий геометрии» над входом в Академию, и передаваемый Диогеном Лаэртцем (IV 10) рассказ о втором схолярге платоновской школы Ксенократе, который ответил человеку, не знавшему ни музыки, ни геометрии, ни астрономии, но желавшему стать его учеником: «Иди прочь, тебе нечем ухватиться за философию». И хотя в ту эпоху, когда жил Прокл, деятельные математические исследования высокого уровня остались по большей части в далёком прошлом, тем не менее школьные математические науки продолжали составлять одну из важнейших основ традиционной образовательной системы, ведущей своё начало от пифагорейцев и Платона.

#### «Введение» Прокла и жанр математического наставления

Вводная часть комментария Прокла выполнена в жанре «математического наставления», известном нам также по нескольким другим произведениям, предназначенным для чтения в философских школах. В таком наставлении полагалось осветить тему сочинения, объяснить его название, рассказать о пользе, происходящей от рассматриваемого в нём предмета, кратко коснуться его истории, разъяснить, что сделал автор в сравнении со своими предшественниками, представить последующий порядок изложения, а также сообщить, какие требования предъявляются к ученику, приступившему к изучению этого предмета. К этому жанру относятся *Введение в арифметику* Никомаха из Геразы, *Изложение математических предметов, полезных при чтении Платона*, принадлежащее Теону из Смирны, трактат Ямвлиха *Об общей математической науке* и его же *Комментарий к Никомаховой арифметике*, заключительные разделы *Определений* Герона и некоторые другие произведения.

Прокл много говорит во Введении о пользе математики. Математика – это начало пути для того, кто одержим философией. И она полезна для всех разделов философии: и для физической теории, и для политической философии, и для философии нравственной. А о пользе математики для других наук и искусств может быть сказано то, что все они нуждаются в счёте, измерении и взвешивании, равно

как и в образцах для отношения и меры. Прокл отводит возражения тех, кто принижает математику, утверждая, что опыт в нашей жизни важнее отвлечённой теории. Математика научает нас порядку, соразмерности и определённости, а ведь благодаря этим трём качествам образуется красота в телах и в душах. Ошибаются и те, кто превратно толкует Платона и отлучает математику от истинной философии: ведь хотя математика и уступает первой философии, но тем не менее она является знанием того, что вечно тождественно и неизменно.

Переходя к геометрии, Прокл обозначает место, которое она занимает в разделении математических наук. Первая классификация этих наук принадлежит пифагорейцам, выделявшим внутри математики две науки о количестве и две науки о величине. Количество само по себе рассматривает арифметика, а количество в отношении к другому – музыкальная теория; с неподвижной величиной имеет дело геометрия, а с величиной движущейся – сферика. Другая, более поздняя классификация принадлежит Гемину, разделявшему всю математику на теоретическую, в которую включены арифметика и геометрия, и на круг различных прикладных дисциплин.

Прокл даёт краткий очерк развития геометрии от Фалеса до ближайших предшественников Евклида. Этот очерк, известный также как «каталог геометров», по общепринятому мнению восходит к *Истории геометрии*, созданной в конце IV в. Евдемом Родосским, учеником Аристотеля. Несмотря на свою краткость, он представляет собой бесценное сокровище для историков античной математики; о многих математиках IV в. до н. э. мы знаем только из него. О Евклиде же Прокл сообщает то немного, что он сумел узнать из более поздних по сравнению с Евдемом источников.

Вступительное слово Прокла содержит похвалу Евклиду как автору *Начал*, сумевшему написать лучшее сочинение по этому предмету. «Выбрать и расположить по порядку элементы каждой науки, из которых выводится всё остальное и на которые всё остальное разлагается, – это трудно... В этом деле не должно быть ничего лишнего, потому что оно препятствует обучению; необходимо соединять и связывать все предложения, что полезнее всего для знания; надо продумать полное совмещение ясности и краткости, ведь эти противо-

положности затемняют нашу мысль; следует удерживать теоремы в общих пределах, потому что всё, что дробит процесс обучения, затрудняет усвоение знания. И во всём этом заметно, что элементарное руководство Евклида превосходит все остальные: оно полезно, потому что подводит к теории изначальных фигур; его ясность и членение обеспечиваются переходом от простейшего к разнообразному и тем, что теория начинается с общих понятий; а общность доказательства достигается переходом к искомому через первичные и изначальные теоремы» (73.15–74.18).

Говоря о цели *Начал*, Прокл разделяет понятие цели для самого сочинения и для ученика. Сами *Начала* заканчиваются рассмотрением пяти правильных тел, и это рассмотрение является их целью-завершением. А для ученика цель состоит в глубоком уяснении начального курса, на основе которого он может продолжить совершенствование своего знания геометрии.

### Философия математики у Прокла

Прокл целенаправленно вписывает свой комментарий в предшествующую философскую традицию. Он цитирует около полутора десятков диалогов Платона, и прежде всего – такие важные для неоплатонической школы диалоги, как *Государство*, *Тимей*, *Федон*, *Парменид*. Из сочинений Аристотеля Прокл неоднократно делает отсылки ко *Второй аналитике* и к *Метафизике*, а также к трактату *О душе*. Упоминает он и пифагорейцев – и как зачинателей учения о пределе и беспредельном как двух началах всего сущего, и как изобретателей математико-богословского символизма, и в связи с их конкретными математическими достижениями. Истолкованные таким образом *Начала* оказываются одним из связующих звеньев между древней философией и платонизмом позднеантичных школ.

Прокл начинает свой комментарий с изложения традиционного платоновского учения, согласно которому математические предметы занимают срединное положение между миром идей и миром чувственно воспринимаемых вещей. Когда геометр доказывает какую-нибудь теорему, он чертит перед собой на доске или на песке некую фигуру; пусть это будет параллелограмм. Это изображение – несо-

вершенно, и непосредственно о нём невозможно никакое научное знание; но геометр в своём умозрении видит за ним воображаемую идеальную фигуру, линии которой обладают абсолютной прямой и не имеют толщины. Что касается доказательства, оно относится не к рисунку на доске, и даже не к отдельной воображаемой фигуре, но сразу ко всем фигурам, подводимым под условие теоремы. Геометр указывает на начерченный параллелограмм, мысля при этом «параллелограмм вообще», не имеющий определённых пропорций и размеров – ведь теорема о параллелограмме лишь тогда заслуживает имени теоремы, когда она справедлива для всего вида параллелограммов.

Но откуда берёт начало этот вид и все другие математические виды? Отвечая на этот вопрос, Прокл полемизирует с Аристотелем, считавшим, что математические предметы возникают путём отвлечения от ощущаемых предметов и собирания общего в едином определении. Согласно Аристотелю, мы сначала видим и рисуем разные чувственно воспринимаемые параллелограммы, а потом даём общее определение параллелограмма как такого четырёхугольника, противоположные стороны которого попарно равны и параллельны между собой. Напротив, согласно Платону, мы можем увидеть в несовершенной фигуре параллелограмм только потому, что наша душа уже обладает знанием о параллелограмме, и это знание представляет собой идеальное единство определения-логоса и образа-эйдоса. Так что «остаётся, чтобы душа порождала математические виды и из себя, и от ума, и чтобы она сама была полнотой видов, хотя и основанных на умных образцах, но саморождённых по выпавшему им жребию. А потому душа не есть дощечка для письма, свободная от записей; но она исписана от века, пишет себя и пишется умом. Ведь душа – это и ум, ибо она разворачивает себя по уму и является образом ума и его внешним отпечатком» (16.4–13).

Математическая деятельность, согласно Проклу, представляет собой особого рода движение внутри мира бестелесных логосов. Это движение идёт в двух направлениях: с одной стороны, оно начинается с внешнего припоминания и завершается постижением начал математического знания, с другой стороны, оно разворачивается от

этих начал к многообразию результатов. И в познании математика то переходит от заранее известного к искомому, то идёт от искомого к заранее известному. Как говорит Прокл, «познавательные способности этой науки в целом оказались двоякими, причём одни устремляют нас к единству и свёртывают множество, а другие членят простое на разнообразное, более общее – на более частное, и начальные логосы – на вторичные и на много шагов удалённые от начал. И вот, начиная сверху, математика достигает воспринимаемого чувствами, соприкасается с природой и доказывает многое совместно с учением о природе; и так же, начиная снизу, она сближается с умственным знанием и касается созерцания первых начал» (19.13–19).

Особый интерес представляет собой последовательно развиваемое Проклом учение о геометрической материи. Предмет геометрии не находится в осязаемой материи – ведь там невозможно найти линию без ширины, точку без частей, поверхность без толщины, круг с равными радиусами. Но он не может находиться и вне материи, в чистых логосах: ведь геометрические фигуры множественны, делимы на части, они могут быть в сравнении друг с другом большими или меньшими. Где же он тогда находится?

Решая эту проблему, Прокл следует суждению Аристотеля о том, что помимо осязаемой материи, существует также умопостигаемая материя, которую сам Прокл называет «материей воображения». И именно в этой материи воображения и находятся те геометрические образы, с которыми имеет дело геометр. «Воображение, будучи средоточием познаний, хотя и возбуждается самим собой и производит познаваемое, однако же, не будучи вне тела, переводит познаваемое из неделимой жизни в делимое, протяжённое и имеющее фигуру, и тем самым всё, что оно ни помыслит, является отпечатком и формой мысли» (52.20–26). Мысленный круг един, потому что он существует лишь в определении, а определение не отличает один круг от другого, поскольку все они – круги. А воображаемые круги могут быть многими, мы можем представлять себе, что такие круги являются концентрическими, или касаются друг друга, или располагаются друг по отношению к другу каким-либо иным образом. Мысленный круг в некотором смысле прост, непротяжён и лишён очертаний; а протяже-



нием, очертанием и делимостью характеризуется тот круг, с которым мы имеем дело в воображении.

Обсуждает Прокл и вопрос о бесконечной делимости геометрической материи, равно как и о невозможности существования актуальной бесконечности. Согласно Проклу, «беспредельному остаётся существовать лишь в воображении, поскольку беспредельное не мыслится воображением. Ведь мыслить – значит придавать мыслимому как форму, так и предел; и мышление устанавливает проход в воображаемом, проходит его и его объемлет. Так что беспредельное относится не к мышлению, но к неопределённому для мысли; и, будучи немислимым, несоразмерным природе и непостижимым для мысли, оно и называется беспредельным» (285.6–13).

### Прокл как комментатор «Начал»

Как уже было сказано выше, комментарии к *Началам* составлялись и до Прокла, и Прокл пишет о том, что рядом этих комментариев воспользовался (200.11–18). Прокл цитирует в своём комментарии Герона, Порфирия, Паппа, Карпа, Посидония, Гемина, Аполлония, Птолемея и многих других авторов. Он полемизирует с геометрическими концепциями стоиков, эпикурейцев и самого Аристотеля; а иногда он возражает и самому Евклиду.

Комментарий Прокла представляет собой энциклопедию общих идей и методов геометрии, начиная с самых её основ, в понимании которых нуждается всякий, кто только приступает к изучению этой науки, и заканчивая такими вопросами, которые могут быть усвоены лишь теми, кто весьма далеко продвинулся в изучении как математики, так и философии.

Крупнейшим открытием древнегреческих геометров была та выводная структура, которую они придали своим математическим наукам. Стремясь представить тело каждой науки как единое целое, они выделили для каждой науки небольшой круг исходных посылок, из которых может быть выведено всё многообразие её предмета. Всякая наука имеет дело с некоторыми объектами и их свойствами, и эти объекты и их определяющие свойства перечисляются в списке определений. Все обоснования общего характера, применяемые в

доказательствах, образуют список аксиом. Точно так же все базовые геометрические построения составляют список постулатов.

Комментируя определения *Начал*, Прокл входит местами в разные интересные подробности. Говоря о линиях и поверхностях, он приводит их общую классификацию, предложенную Гемином (111.1–113.25, 117.22–120.12) – хотя сложные объекты из этой классификации, такие как смешанные линии и смешанные поверхности, в *Началах* не рассматриваются. Обсуждая понятие плоского угла, Прокл подробно рассматривает разные доводы в дискуссии о том, относится ли угол к категории соотнесённого, качества или количества, и приходит вслед за своим учителем Сирианом к выводу, что «угол – это не что-то одно, но сплетение одного с другим, так что в нём соединяются все эти сущности» (123.20–22).

Многие определения Прокл сопровождает комментарием метафизического и космологического характера. Он особо подчёркивает роль прямой линии среди прочих линий, прямого угла среди прямолинейных углов, равно как и роль круга среди всех фигур и квадрата среди четырёхугольников. Все эти фигуры, каждая в своём роде, относятся к виду единого и предела среди множественного и беспредельного, являя собой основу божественного миропорядка. Некоторые геометрические объекты Прокл рассматривает также в свете их богословской символики, следуя в этом древним пифагорейцам, из которых несколько раз упоминается Филолай.

Приступая к рассмотрению постулатов и аксиом, Прокл делает между ними следующее предварительное различие: «за аксиому берётся то, что напрямую очевидно для нашего знания и легко воспринимается мыслью без какого-либо обучения, тогда как в постулате требуется принять нечто общедоступное и несложное, не нуждающееся для своего принятия в трудном размышлении, ухищрениях или особой подготовке... Постулат предписывает придумать и обустроить некую материю, имеющую простые признаки и легко воспринимаемую; а аксиома говорит о некоем неотъемлемом свойстве, которое само по себе известно слушателям» (179.2–8, 181.5–9). Иначе говоря, постулат относится к построению, а аксиома – к знанию.

Этому различию Прокл посвящает специальное обсуждение. Пусть постулат – это утверждение о допустимости того или иного

простейшего построения. Тогда первые три постулата у Евклида условно соответствуют этому определению: ведь в них говорится о возможности простейших построений с помощью линейки и циркуля. Но как тогда быть с четвёртым постулатом о равенстве всех прямых углов и с пятым постулатом о параллельных прямых? Следуя в этом вопросе Гемину, Прокл считает, что эти постулаты по сути дела не являются таковыми, и они должны быть доказаны в качестве геометрических теорем. Четвёртый постулат он неким образом и в самом деле доказывает. Что касается пятого постулата, Прокл сообщает нам о том, что его уже пытался доказать Клавдий Птолемей, но это доказательство в действительности является неверным (364.1–368.25). Так что Прокл даёт своё доказательство, опирающееся на утверждения о том, что расстояние между параллельными прямыми является неизменным, а расстояние между пересекающимися прямыми при удалении от точки пересечения становится сколь угодно большим (371.10–373.2). Как мы знаем сегодня, сами эти утверждения являются эквивалентными пятому постулату.

С той же проблемой мы сталкиваемся и при рассмотрении аксиом. Типичным примером аксиомы у Евклида является следующее утверждение: «если от равных величин отнять равные, то и остатки будут равны». Прокл при обсуждении аксиом склонен держаться того взгляда, что «постулаты присущи геометрической материи, тогда как аксиомы общи всем наукам, имеющим дело с количеством и величиной» (182.7–8). В самом деле, только что приведённая аксиома относится и к числам, рассматриваемым в арифметике, и к непрерывным величинам, с которыми имеет дело геометрия. Но если аксиомы у Евклида являются стандартными правилами вывода для всех математических наук, а не для одной лишь геометрии, то как же тогда быть с аксиомой «две прямые не охватывают пространства», содержащейся в ряде рукописей *Начал*? Прокл склонен считать, что это утверждение надо исключить из списка аксиом, и оно также подлежит доказательству (184.8–10).

Как мы знаем сегодня, попытка Прокла ограничить круг недоказуемых геометрических начал утверждениями о возможности простейших построений и правилами умозаключения для действий с

величинами оказалась утопической. Но при этом Прокл с полным на то правом может считаться одним из основателей особого раздела математических исследований, посвящённого основаниям математики. А попытка Прокла доказать пятый постулат была одной из первых в длинном ряду исследований по проблеме параллельных прямых, продолженном сначала учёными исламского Востока, а затем европейскими математиками, и приведшем в итоге к открытию Гауссом, Лобачевским и Больяи неевклидовой геометрии.

Приступая к последовательному рассмотрению предложений первой книги, Прокл первым делом указывает, что все предложения геометрии делятся на задачи, в которых что-то отыскивается и строится, и на теоремы, в которых познаются и доказываются свойства геометрических фигур (200.22–202.8). Прокл обсуждает принципиальное устройство любой задачи или теоремы, сначала перечисляя шесть частей, встречающихся в каждом отдельном предложении обязательно или факультативно (203.1–15), а затем рассматривая эти части на примере первого предложения (208.1–210.16). Далее следует обсуждение разных технических терминов геометрии, таких как лемма, случай, поризм, отвод, сведение (211.1–213.11). В ещё одном месте своего комментария Прокл специально анализирует разные случаи обращения теорем и доказательств от противного (252.5–256.9). Прежде чем рассмотреть ряд теорем о геометрических местах, Прокл сперва обсуждает общее устройство таких теорем (394.11–396.9). Прокл несколько раз обсуждает различие между частными и общими теоремами, и подчёркивает, что общие теоремы являются более верно схватывающими суть предмета, нежели частные (251.11–19, 390.12–392.8).

Рассматривая то или иное предложение *Начал*, Прокл обычно начинает с того, что выясняет точный смысл того, что дано, и того, что требуется доказать или построить, обращая особое внимание на точность языка. Он выясняет также, какое место занимает это предложение среди других предложений первой книги, и какие постулаты, аксиомы и уже доказанные теоремы используются в том доказательстве или построении, которое имеется у Евклида. Для некоторых предложений он специально рассматривает те возражения, которые могут быть выставлены против предложенных доказательств и по-

строений, и приводит отводы этих возражений. Если Евклид в доказательстве рассматривает только один из возможных случаев взаимного расположения линий, Прокл иногда рассматривает другие случаи сам, а иногда предлагает сделать это своим ученикам «для тренировки». Иногда он приводит альтернативное доказательство теоремы, данное одним из предыдущих авторов, не забывая при этом подчеркнуть особое изящество того доказательства, которое даёт сам Евклид (см. 280.9, 282.20, 335.15, где доказательства Евклида сравниваются с доказательствами Аполлония).

В разных местах комментария имеются намёки на то, что Прокл собирался комментировать и следующие книги *Начал* (см. 272.14, 398.18, 427.10). Однако существование таких комментариев не находит подтверждения в традиции. И сам Прокл, завершая комментарий к первой книге, высказывает некоторые сомнения в том, сумеет ли он продолжить этот труд; впрочем, уже то, что сделано, может послужить образцом для всех любителей науки: «Что касается нас, если мы сумеем так же пройти и через остальные книги, нам надо будет возблагодарить богов; но если нас отвлекут другие занятия, мы предложим любителям этой теории последовательно разобрать остальные книги таким же путём, излагая все сложности и разделяя найденное, поскольку имеющиеся сейчас комментарии полны неясностей и ничего не дают для изложения причин, диалектических различений и философской теории» (432.9–19).

### «Начала» как осевое произведение античной математики

Греческой математике, равно как и всей греческой культуре в целом, была неведома идея прогресса, столь характерная для науки и культуры Нового времени. Цель математики не может заключаться в бесконечном познании всё новых и новых математических фактов – ведь бесконечность не имеет завершённости и совершенства. Так что совершенное познание должно, сделав круг, возвращаться к своим началам и быть познанием этих начал, о чём Прокл неоднократно пишет в своём комментарии. В этом смысле вершинной точкой древнегреческой математики было создание такой книги, как «Начала». Всё,

что происходило до этого, осмысляется как предварительный этап, когда начала ещё не познаны или не оформлены. Всё, что происходит после установления начал – это или специальные математические занятия, которые к началам уже не ведут, или обучение началам. Обучение требует продумывания самих начал вновь и вновь, с самого начала. Именно таким продумыванием и занимается Прокл в своём комментарии, и именно к такому продумыванию он приглашает своих учеников и нас, его современных читателей.

### Текст и перевод

Первое печатное издание комментария Прокла на греческом языке осуществил Симон Гринеус в Базеле в 1533 г., в качестве приложения к изданию Евклида. Первый латинский перевод Франческо Бароцци был опубликован в Падуе в 1560 г. Это издание основывалось на пяти рукописях в дополнение к той, которой пользовался Гринеус.

Настоящий перевод выполнен по критическому изданию Готфрида Фридлейна (Лейпциг, 1873); по этому же изданию дана пагинация. Разделение текста на главы следует традиции, идущей от Бароцци.

При работе использовался также английский перевод Гленна Р. Морроу (Принстон, 1970). Перевод «Введения» сделан с учётом данного ранее русского перевода Ю. А. Шичалина (1994).

### Литература

*Месяц С.В.* Прокл. В кн.: Античная философия: Энциклопедический словарь. М., 2008. С. 628–643.

*Начала Евклида.* Пер. и комм. Д.Д. Мордухай-Болтовского при ред. участии И.Н. Веселовского и М.Я. Выгодского. В 3 т. М.: ГТТИ, 1948–50.

*Прокл.* Комментарий к первой книге Начал Евклида. Введение. Пер. и комм. Ю.А. Шичалина. М.: Греко-латинский кабинет Ю.А. Шичалина, 1994.

*Procli Diadochi in primum Euclidis elementorum librum commentarii.* Ed. G. Friedlein. Leipzig: Teubner, 1873.

*Proclus*. Kommentar zum ersten Buch von Euklids Elementen. Übersetzt von L. Schönberger und M. Strack. Halle a. d. Saale, 1945.

*Proclus de Lycie*. Les commentaires sur le premier livre des Elements d'Euclide. Tr.P. Ver Eecke. Bruges, 1948.

*Proclus*. A commentary on the first book of Euclid's elements. Tr. by G. R. Morrow. Princeton Univ. Press, 1970.

*А.И. Щетников*